

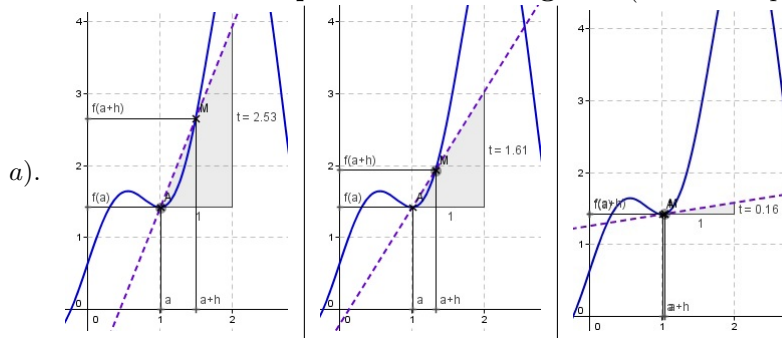


Dérivation

1. Nombre dérivé : interprétation

Soit la courbe représentative d'une fonction f . Lorsque l'on s'intéresse à la corde qui passe par deux points M et N de cette courbe, et que ces deux points se rapprochent, on obtient la tangente à la courbe.

Le nombre dérivé est **la pente de cette tangente**. (dans une équation de droite $y = ax + b$, la pente, c'est



2. Calcul de la dérivée d'un polynôme

La fonction dérivée de la fonction f se note f' .

Propriété 6.1 Pour dériver une fonction polynôme, on utilise la formule :

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

Exercice 6.1 :

$f(x)$	$f'(x)$
x^3	
x^2	
x^6	
x^{18}	
x^5	
x^6	

Propriété 6.2 Si la puissance de x est multipliée par une constante k , la dérivée aussi.

Exercice 6.2 :

$f(x)$	$f'(x)$
$4x^3$	
$12x^2$	
$7x^6$	
$5x^{18}$	
$4x^5$	
$3x^6$	

Propriété 6.3 Si la fonction est la somme de plusieurs éléments, il suffit de dériver élément par élément et d'ajouter les résultats.

Exercice 6.3 :

$f(x)$	$f'(x)$
$x^3 + x^2$	
$3x^2 + x^5$	
$7x^6 + 3x^5 + 2x^3$	
$5x^{18} + 3x^{10} - 2x^3$	
$4x^5 + 5x^4 - 3x^2$	
$3x^6 + 2x^4 - 3x^3 + x^2$	

Propriété 6.4 Cas particuliers : comme $x = x^1$, la dérivée de x est $(x)' = 1 \times x^0 = 1 \times 1 = 1$.
De même, une constante, comme par exemple 4, peut s'écrire $4 \times x^0$, et se dérivera en $4 \times 0 \times \dots = 0$:
la dérivée d'une constante est zéro.

Exercice 6.4 :

$f(x)$	$f'(x)$
$3x^4 + 5x^3 + 5$	
$x^3 - 4x^2 + 2x + 1$	
$x^{15} - 8$	
$3x^6 - 6x + x + 1$	
$8x^2 - x + 12$	
$7x^{12} - 8x^9 + 2x - 4$	

3. Calcul de l'équation de la tangente en un point

Propriété 6.5 L'équation de la droite qui est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Propriété 6.5 L'équation de la droite qui est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Exercice 6.5 :

Soit $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$

1. Déterminer la dérivée de f .
-
-
-
-
-

2. On cherche l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 5. Quelle est la valeur du "a" de la formule de l'équation de la tangente ?
-
-

3. Calculer $f(a)$
-
-
-
-

4. Calculer $f'(a)$
-
-
-
-

5. Dans la formule $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

5. Dans la formule $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

[illegible]

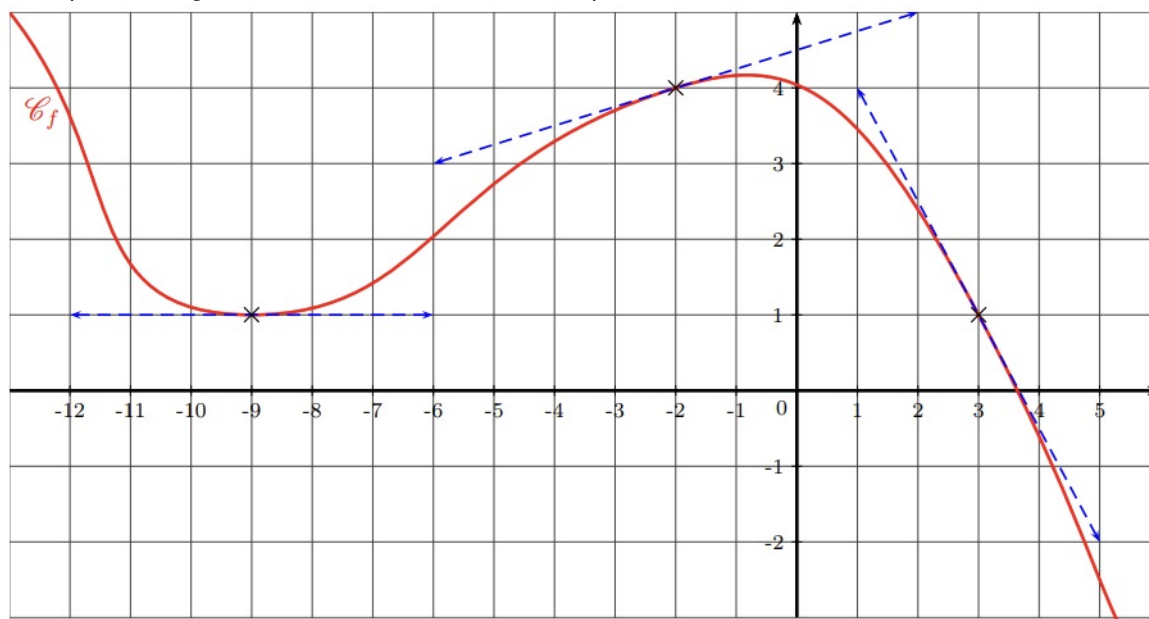
Exercice 6.6 :

Soit $f(x) = 5x^3 + 4x^2 - 2x + 3$

En suivant la même méthode qu'à l'exercice précédent, mais sans que je vous guide, déterminez l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $a = 2$.

4. Lecture graphique du nombre dérivé (pente de la tangente)

Exercice 6.7 On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à cette courbe en certains points.



1. Donner par lecture graphique $f(3)$, $f(-2)$, $f(-9)$.

.....

.....

.....

.....

.....

2. Donner par lecture graphique $f'(3)$, $f'(-2)$, $f'(-9)$.

.....

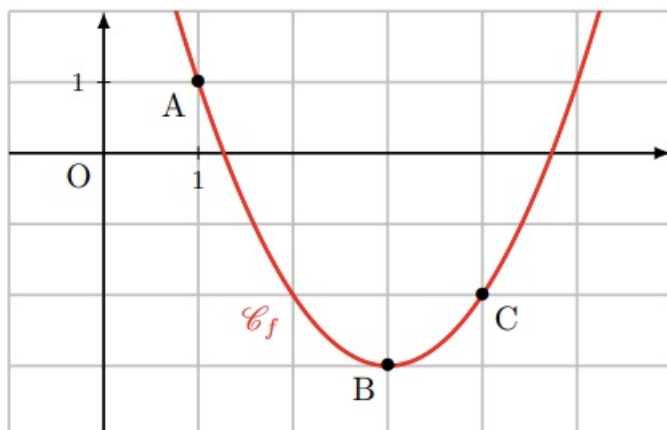
.....

.....

.....

.....

Exercice 6.8 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. On a : $f'(1) = -4$, $f'(3) = 0$ et $f'(4) = 2$. Construire les tangentes à la courbe C_f aux points A , B et C .



5. Dérivée et tableau de variations

Propriété 6.6 Pour déterminer les variations (croissante ou décroissante) d'une fonction f , on calcule sa dérivée f' et on étudie le **signe** de celle-ci :

- Si la **dérivée** f' est **positive**, la **fonction** f est **croissante** ↗
- Si la **dérivée** f' est **négative**, la **fonction** f est **décroissante** ↘

Exercice 6.9 :

Soit $f(x) = 5x^2 + 3x + 1$

1. Déterminer la dérivée de f .

.....

.....

.....

.....

2. On cherche pour quelles valeurs de x la dérivée est positive. pour le savoir, résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f'(x) \geq 0$?

.....

.....

.....

.....

3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f'(x) < 0$?

.....

.....

.....

4. Dresser le tableau de variations de f .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. D'après ce tableau de variations, f admet-elle un minimum ? Un maximum ?

.....

.....

6. Quelle est l'abscisse de cet extremum ?

.....

.....

7. Quelle est l'ordonnée de cet extremum ? - Complétez le tableau de variations.

.....

.....

.....

3. Pour quelle production le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors son montant ?

Exercice 6.12 :

Suite à une augmentation du nombre de personnes malades dans un village, une organisation a mis en place une campagne de vaccination en janvier 2017. On modélise le pourcentage de personnes malades en fonction du temps t , exprimé en mois, écoulé depuis janvier 2017, puis par la fonction p , définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 25]$ par :

$$p(t) = -0,2t^2 + 4t + 25$$

1. calculer la fonction dérivée de la fonction p et étudier son signe sur l'intervalle $[0; 25]$.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction p sur l'intervalle $[0; 25]$.

3. Quel était le pourcentage de malades au début de l'étude ?

42

4. Quel a été le pourcentage maximum de malades durant l'épidémie ? A quel moment ce maximum a-t-il été atteint ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Déterminer l'année et le mois durant lesquels la maladie aura disparu du village.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....